

Statistika dan Probabilitas

Materi 10: Variabel Random Kontinu

Haryadi

haryadi_ump@yahoo.co.id

Universitas Muhammadiyah Palangka Raya

May 19, 2026

1 Variabel random kontinu

Ada banyak variabel yang nilai-nilainya tidak dapat dinyatakan dalam bentuk tabular. Sebagai contoh variabel tinggi badan, tentu tidak ada cara untuk membuat daftar semua tinggi badan sebab diantara dua tinggi badan berbeda bisa ada tingi yang lain. Misalnya ada dua orang yang tinggi badanya masing-masing 163.5 cm dan 164.7 cm, tentu sangat mungkin ada yang tingginya di antara kedua tinggi orang tersebut. Dalam keadaan demikian varibel ini lebih mudah digunakan jika dinyatakan dalam bentuk interval.

Definisi 1. Variabel random X dinamakan **variabel random kontinu** jika terdapat fungsi $f(x)$ dengan sifat-sifat:

(i) $f(x) \geq 0$ untuk setiap bilangan real x .

(ii) $P(-\infty < X < \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

(iii) $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$.

Fungsi $f(x)$ di dalam definisi tersebut dinamakan **fungsi densitas**. Persyaratan (ii) menyatakan bahwa peluang X berada antara $-\infty$ (minus tak hingga) dan ∞ (tak hingga) adalah 1. Hal ini dikarenakan berapapun nilai X pasti berada dalam interval $-\infty$ sampai dengan ∞ . Di dalam persyaratan (iii), $P(a < X < b)$ menyatakan bahwa peluang X berada di antara a dan b sama dengan luas daerah yang dibatasi oleh kurva $f(x)$, sumbu x , garis $x = a$ dan garis $x = b$.

Karena luas sebuah garis adalah nol, maka peluang pada titik tunggal x sama dengan nol, yakni $P(X = x) = 0$. Hal ini berakibat

$$\begin{aligned}
P(a < X \leq b) &= P(a < X < b) + P(X = b) \\
&= P(a < X < b) + 0 \\
&= P(a < X < b).
\end{aligned}$$

Dengan demikian tanda ketaksamaan di dalam $P(a < X < b)$ dapat diganti dengan tanda lebih kecil atau sama dengan, yaitu

$$P(a < X < b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b).$$

Definisi 2. *Fungsi distribusi kumulatif* variabel random kontinu X , dituliskan $F(x)$, adalah

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx. \quad (1)$$

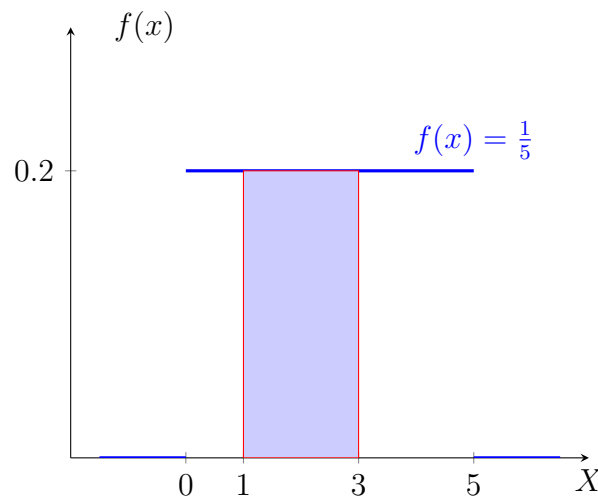
Contoh 1. Diketahui variabel random kontinu X memiliki fungsi densitas $f(x) = \frac{1}{5}$ dengan $0 \leq x \leq 5$ dan $f(x) = 0$ untuk x lainnya. Carilah

(a) $P(1 \leq X \leq 3)$

(b) $F(2.5)$

Penyelesaian. (a) $P(1 \leq X \leq 3)$ menyatakan peluang X berada antara 1 dan 3, yaitu luas daerah yang dibatasi oleh garis $x = 1$, garis $x = 3$, grafis $f(x) = \frac{1}{5}$ dan sumbu horisontal (Gambar 1). Dengan demikian

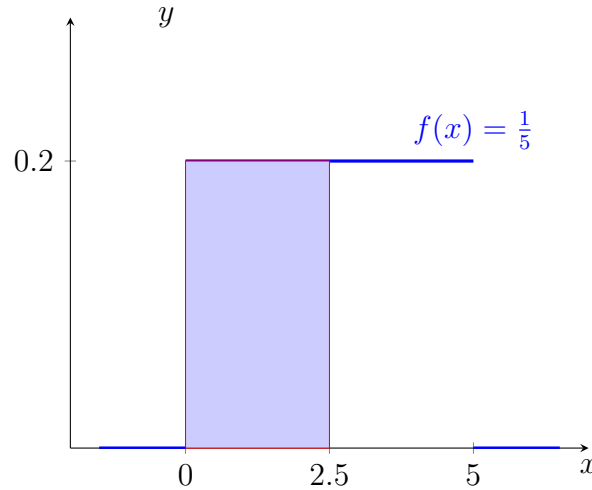
$$P(1 \leq X \leq 3) = \frac{2}{5}.$$



Gambar 1: $P(1 \leq X \leq 3)$

- (b) $F(2.5)$ adalah distribusi kumulatif di $x = 2.5$ dinyatakan dengan luas daerah grafis $f(x) = \frac{1}{5}$, sumbu horisontal dan daerah di sebelah kiri garis $x = 2.5$ (Gambar 2). Dengan demikian

$$F(2.5) = \frac{1}{2}.$$



Gambar 2: $F(2.5) = P(X \leq 2.5)$

Nilai harapan variabel random kontinu didefinisikan sejalan dengan variabel random diskrit dengan cara mengganti tanda sigma dengan integral.

Definisi 3. Diberikan variabel random kontinu X dengan fungsi densitas $f(x)$. Nilai harapan X didefinisikan

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

dan varian X didefinisikan

$$\sigma^2 = Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) dx.$$

Contoh 2. Diberikan variabel kontinu X dengan fungsi densitas

$$f(x) = \frac{1}{2}x, \quad 0 \leq X \leq 2 \quad f(x) = 0 \text{ untuk } x \text{ lainnya}$$

Carilah:

- (a) $P(\frac{1}{2} \leq X \leq 1.5)$
- (b) $F(1)$
- (c) Nilai harapannya

(d) Variannya

Penyelesaian. (a) $P(\frac{1}{2} \leq X \leq 1.5)$ sama dengan luas daerah yang dibatasi kurva $y = \frac{1}{2}x$, garis $x = \frac{1}{2}$ dan garis $x = 1.5$, yaitu

$$\begin{aligned} P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq 1.5\right) &= \int_{1/2}^{1.5} f(x)dx = \int_{1/2}^{1.5} \frac{x}{2}dx \\ &= \frac{x^2}{4} \Big|_{1/2}^{1.5} = \frac{(1.5)^2}{4} - \frac{(1/2)^2}{4} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

(b) $F(1)$ sama dengan luas daerah yang dibatasi kurva $y = \frac{x}{2}$, dan garis $x = 1$, yaitu

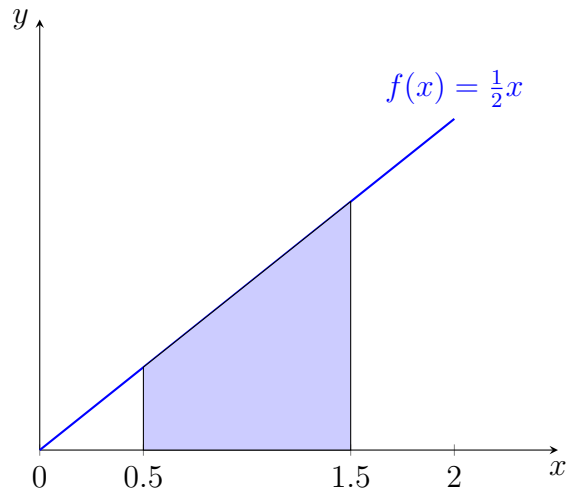
$$\begin{aligned} P(0 \leq X \leq 1) &= \int_0^1 \frac{x}{2}dx \\ &= \frac{x^2}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

(c) Nilai harapannya adalah

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_0^2 x \cdot f(x)dx = \int_0^2 x \cdot \frac{x}{2}dx \\ &= \int_0^2 \frac{x^2}{2}dx = \frac{x^3}{6} \Big|_0^2 = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

(d) Variannya adalah

$$\begin{aligned} Var(X) &= \int_0^2 (x - E(x))^2 \cdot f(x)dx \\ &= \int_0^2 \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 \frac{x}{2}dx \\ &= \int_0^2 \left(\frac{x^3}{2} - \frac{4x^2}{3} + \frac{8x}{9}\right) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{9} + \frac{4x^2}{9}\right) \Big|_0^2 = \frac{20}{9}. \end{aligned}$$



Gambar 3: $P(\frac{1}{2} \leq X \leq 1.5)$

2 Distribusi bersama

Jika X dan Y masing-masing adalah variabel random kontinyu, fungsi $f(x, y)$ merupakan permukaan yang berada di atas bidang xy .

Definisi 4. Fungsi $f(x, y)$ dinamakan fungsi densitas bersama X dan Y jika memenuhi persyaratan berikut:

- (i) $f(x, y) \geq 0$ untuk semua pasangan (x, y)
- (ii) $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1$
- (iii) $P((X, Y) \in A) = \iint_A f(x, y) dx dy$

Poin (iii) menyatakan bahwa peluang (X, Y) adalah volume ruang di antara permukaan $f(x, y)$ dan bidang- xy yang dibatasi oleh bidang A .

Contoh 3. Diketahui X dan Y variabel random konntinyu dengan fungsi peluang densitas bersama

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{untuk } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{untuk } x, y \text{ lainnya} \end{cases}$$

Carilah $P(0 < X < \frac{1}{2}, 0 < Y < \frac{1}{3})$.

Penyelesaian.

$$\begin{aligned} P(0 < X < \frac{1}{2}, 0 < Y < \frac{1}{3}) &= \int_0^{1/3} \int_0^{1/2} (x + y) dx dy \\ &= \int_0^{1/3} (\frac{y}{2} + \frac{1}{8}) dy \\ &= \frac{17}{298}. \end{aligned}$$

Definisi 5. Fungsi distribusi marginal X dan Y berturut-turut didefinisikan

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy$$
$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx$$

Contoh 4. Diketahui X dan Y variabel random konntinyu dengan fungsi peluang densitas bersama

$$f(x, y) = \begin{cases} x + \frac{3}{2}y^2, & \text{untuk } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{untuk } x, y \text{ lainnya} \end{cases}$$

Carilah fungsi distribusi marginal X dan Y

Penyelesaian.

$$f_X(x) = \int_0^1 (x + \frac{3}{2}y^2) dy$$
$$= \left(xy + \frac{1}{2}y^3 \right) \Big|_0^1$$
$$= x + \frac{1}{2}$$
$$f_Y(y) = \int_0^1 (x + \frac{3}{2}y^2) dx$$
$$= \left(\frac{x^2}{2} + \frac{3}{2}xy^2 \right) \Big|_0^1$$
$$= \frac{1}{2} + \frac{3}{2}y^2$$

Definisi 6. Diketahui variabel random X dan Y dengan fungsi densitas bersama $f(x, y)$. Peluang bersyarat Y diberikan $X = x$ adalah

$$f(y|x) = \frac{f(x, y)}{f_X(x)}, \quad f_X(x) > 0$$

Demikian pula, peluang bersyarat X diberikan $Y = y$ adalah

$$f(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)}, \quad f_Y(y) > 0$$

Dua variabel random kontinyu X dan Y dikatakan independent jika peluang terjadinya X tidak dipengaruhi apakah variabel random Y terjadi atau tidak. Oleh karena itu $f(x|y) = f_X(x)$, sehingga berlaku $f(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$.

Teorema 1. Jika $f(x, y)$ fungsi densitas variabel random kontinyu X dan Y dan kedua variabel random independen, maka berlaku

$$f(x, y) = f_X(x)f_Y(y),$$

dimana $f_X(x)$ dan $f_Y(y)$ berturut-turut fungsi peluang marginal X dan Y .

Tugas

Diberikan fungsi densitas

$$f(x) = 4x^3, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Carilah

(a) $P(0.2 \leq X \leq 0.6)$

(b) $E(X)$

(c) $Var(X)$.

3 Distribusi Normal

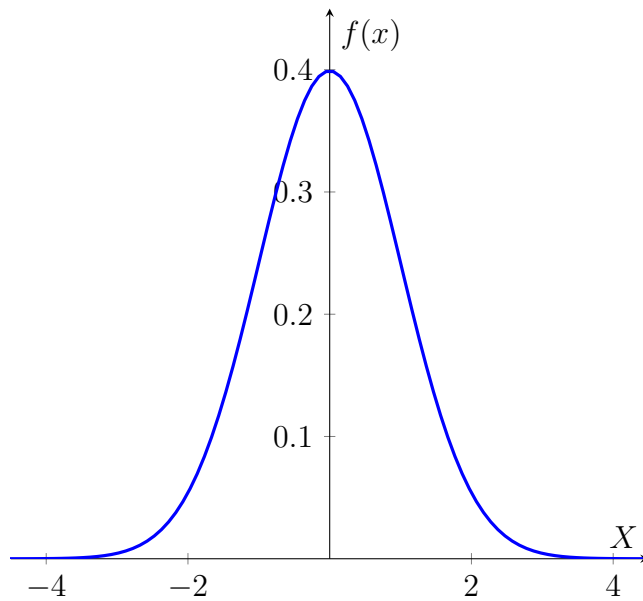
Variabel random X dikatakan berdistribusi **normal** dengan mean μ dan varian σ^2 jika fungsi densitasnya diberikan oleh

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad (2)$$

dengan $\pi = 2,1415\dots$ dan $e = 2,718282\dots$

Contoh variabel random yang berdistribusi normal adalah diameter-diameter lubang yang dihasilkan mesin bor ukuran tertentu, skor-skor suatu test, konsentrasi suatu bahan kimia pada suatu jenis obat, dan tinggi tanaman-tanaman pada suatu lahan.

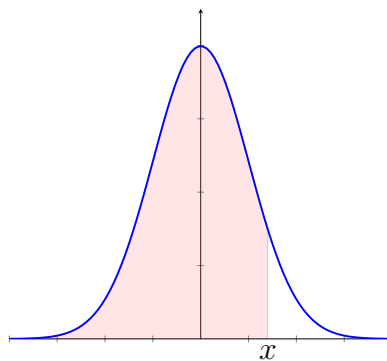
Jika mean $\mu = 0$ dan deviasi $\sigma = 1$, maka X dinamakan berdistribusi **normal standar**. Grafik distribusi normal standar disajikan pada Gambar 4, yakni berupa kurva yang simetris terhadap garis $x = 0$. Pada grafik ini sumbu horisontal x merupakan nilai variabel random dan sumbu vertikal merupakan nilai fungsi densitas $f(x)$. Nilai maksimum grafik ini dicapai pada titik $x = 0$, semakin jauh dari titik $x = 0$ semakin kecil nilai fungsi ini dan akan mendekati nol jika nilai x mendekati tak hingga atau mendekati minus tak hingga.



Gambar 4: Kurva normal standar $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2}$

Jika variabel random X berdistribusi normal standar, maka distribusi kumulatifnya dituliskan dengan notasi $\Phi(x)$, yaitu

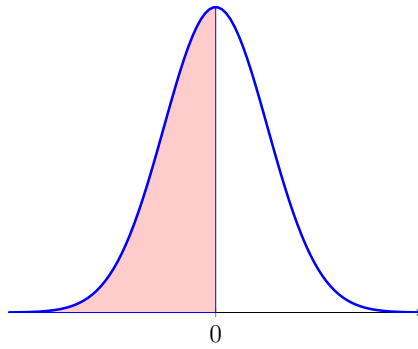
$$\Phi(x) = P(X \leq x) \tag{3}$$



Gambar 5: $P(X \leq x) = \Phi(x)$

Karena kurva fungsi densitas normal standar simetris terhadap garis $x = 0$ dan luas seluruhnya adalah 1, maka

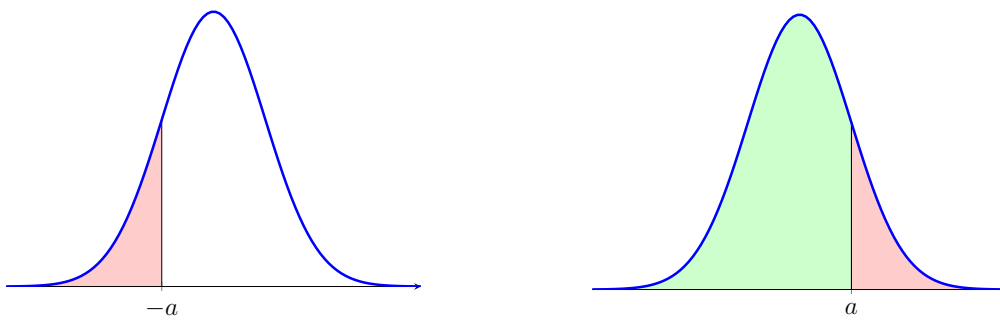
$$\Phi(0) = 0.5 \tag{4}$$



Gambar 6: $\Phi(0) = 0.5$

Luas daerah yang dibatasi oleh garis $x = 0$ dan $x = a$ dengan luas daerah yang dibatasi $x = 0$ dan $x = -a$ adalah sama. Dengan demikian berlaku

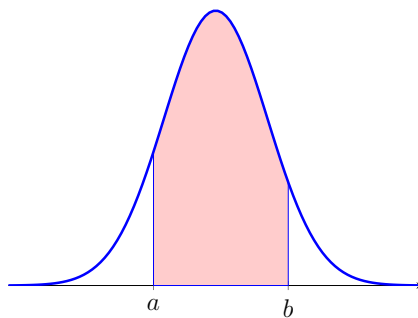
$$\Phi(-a) = 1 - \Phi(a).$$



Gambar 7: $\Phi(-a) = 1 - \Phi(a)$

Untuk menghitung peluang variabel random X yang berdistribusi normal standar dapat digunakan **tabel normal standar**. Peluang variabel random X berada di antara a dan b , dengan $a < b$, sama dengan luas daerah di bawah kurva normal yang dibatasi garis $x = a$ dan $x = b$. Dengan demikian

$$P(a \leq X \leq b) = \Phi(b) - \Phi(a).$$



Gambar 8: $P(a \leq X \leq b) = \Phi(b) - \Phi(a)$

Contoh 5. Diketahui X berdistribusi normal standar. Hitunglah peluang (a) X lebih kecil 1.94, (b) X terletak antara 0.5 dan 1.4, (c) X berada antara -1.1 dan 1.5 .

Penyelesaian. Dengan menggunakan tabel normal standar,

$$(a) P(X < 1.94) = P(X \leq 1.94) = \Phi(1.94) = 0.9738.$$

$$(b) P(0.5 \leq X \leq 1.4) = \Phi(1.4) - \Phi(0.5) = 0.9192 - 0.6915 = 0.2277.$$

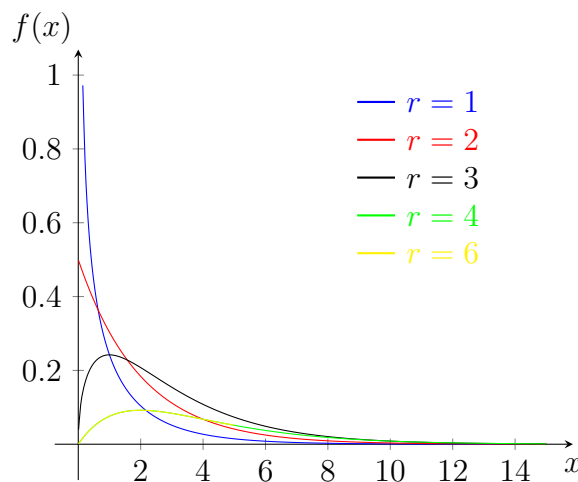
$$(c) P(-1.1 \leq X \leq 1.5) = \Phi(1.5) - \Phi(-1.1) = \Phi(1.5) - (1 - \Phi(1.1)) = 0.9332 - (1 - 0.8643) = 0.7975.$$

3.1 Distribusi Chi-Square

Diketahui variabel random $X_1, X_2, X_3, \dots, X_r$ adalah r variabel independen yang masing-masing berdistribusi normal standar. Variabel random

$$\chi^2 = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + \dots + X_r^2 \quad (5)$$

memiliki distribusi yang dinamakan distribusi *Chi-square* dengan derajat bebas (degrees of freedom) r . Bentuk grafik fungsi densitas distribusi Chi-square tergantung pada nilai derajat bebas.



Gambar 9: Kurva densitas distribusi Chi-square

Distribusi kumulatif χ^2 dengan derajat bebas r dituliskan $P(\chi_r^2 \leq x)$. Nilai batas x untuk derajat bebas r dan distribusi kumulatif γ tertentu dapat dicari pada suatu tabel yang dinamakan **tabel distribusi χ^2** .

Contoh 6. Carilah x sehingga $P(\chi_{12}^2 \leq x) = 0.05$.

Berdasarkan tabel dengan $r = 12$ dan $\gamma = 0.05$ diperoleh $x = 5.226$.

3.2 Distribusi t

Diketahui Y dan Z variabel random independen, dengan Y berdistribusi normal standar dan Z berdistribusi chi-square dengan derajat bebas r . Dapat ditunjukkan bahwa variabel random

$$T = \frac{Y}{\sqrt{Z/r}} \quad (6)$$

memiliki distribusi yang dinamakan distribusi t dengan derajat bebas r .

Nilai distribusi kumulatif variabel random berdistribusi t dengan derajat bebas r ditulis $P(t_r \leq x)$. Nilai x untuk derajat bebas r dan distribusi kumulatif γ tertentu dapat dicari pada suatu tabel yang dinamakan **tabel distribusi t**.

Contoh 7. Carilah x sehingga $P(t_{10} \leq x) = 0.99$.

Berdasarkan tabel dengan $r = 10$ dan $\gamma = 0.99$ diperoleh $x = 2.7638$.

3.3 Distribusi F

Diketahui variabel random X dan Y berdistribusi chi-square dengan derajat bebas berturut-turut r_1 dan r_2 . Dapat dibuktikan bahwa variabel random

$$F = \frac{X/r_1}{Y/r_2} \quad (7)$$

memiliki suatu distribusi yang dinamakan distribusi F dengan derajat bebas r_1 dan r_2 . Dalam hal ini r_1 disebut juga derajat bebas pembilang dan r_2 disebut juga derajat bebas penyebut. Distribusi kumulatif F dengan derajat bebas r_1 dan r_2 , ditulis $P(F_{r_1, r_2} \leq x)$. Nilai x untuk r_1 dan r_2 tertentu dan distribusi kumulatif γ tertentu telah dihitung dan ditabelkan pada suatu tabel yang dinamakan **tabel F**.

Contoh 8. Carilah x sehingga $P(F_{4,10} \leq x) = 0.95$.

Berdasarkan tabel dengan $r_1 = 4$, $r_2 = 10$ dan $\gamma = 0.95$ diperoleh $x = 3.4780$.

Tugas

1. Diketahui variabel random X berdistribusi normal standar. Carilah nilai-nilai berikut:
 - (a) $P(X \leq 1.2)$
 - (b) $P(X < -0.7)$
 - (c) $P(-0.2 < X < 1.3)$
 - (d) $P(X \geq 0.4)$
2. Carilah x sehingga $P(\chi_{15}^2 \leq x) = 0.01$.

3. Carilah x sehingga $P(\chi_{23}^2 \leq x) = 0.95$.
4. Carilah x sehingga $P(t_{30} \leq x) = 0.975$.
5. Carilah x sehingga $P(F_{5,17} \leq x) = 0.05$.

Lampiran: tabel-tabel

Tabel I. Distribusi Normal Standar

Kuantitas-kuantitas di dalam tabel adalah $P(X \leq x) = \Phi(x)$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	0.5000	0.31	0.6217	0.62	0.7324	0.93	0.8238
0.01	0.5040	0.32	0.6255	0.63	0.7357	0.94	0.8264
0.02	0.5080	0.33	0.6293	0.64	0.7389	0.95	0.8289
0.03	0.5120	0.34	0.6331	0.65	0.7422	0.96	0.8315
0.04	0.5160	0.35	0.6368	0.66	0.7454	0.97	0.8340
0.05	0.5199	0.36	0.6406	0.67	0.7486	0.98	0.8365
0.06	0.5239	0.37	0.6443	0.68	0.7517	0.99	0.8389
0.07	0.5279	0.38	0.6480	0.69	0.7549	1.00	0.8413
0.08	0.5319	0.39	0.6517	0.70	0.7580	1.01	0.8438
0.09	0.5359	0.40	0.6554	0.71	0.7611	1.02	0.8461
0.10	0.5398	0.41	0.6591	0.72	0.7642	1.03	0.8485
0.11	0.5438	0.42	0.6628	0.73	0.7673	1.04	0.8508
0.12	0.5478	0.43	0.6664	0.74	0.7704	1.05	0.8531
0.13	0.5517	0.44	0.6700	0.75	0.7734	1.06	0.8554
0.14	0.5557	0.45	0.6736	0.76	0.7764	1.07	0.8577
0.15	0.5596	0.46	0.6772	0.77	0.7794	1.08	0.8599
0.16	0.5636	0.47	0.6808	0.78	0.7823	1.09	0.8621
0.17	0.5675	0.48	0.6844	0.79	0.7852	1.10	0.8643
0.18	0.5714	0.49	0.6879	0.80	0.7881	1.11	0.8665
0.19	0.5753	0.50	0.6915	0.81	0.7910	1.12	0.8686
0.20	0.5793	0.51	0.6950	0.82	0.7939	1.13	0.8708
0.21	0.5832	0.52	0.6985	0.83	0.7967	1.14	0.8729
0.22	0.5871	0.53	0.7019	0.84	0.7995	1.15	0.8749
0.23	0.5910	0.54	0.7054	0.85	0.8023	1.16	0.8770
0.24	0.5948	0.55	0.7088	0.86	0.8051	1.17	0.8790
0.25	0.5987	0.56	0.7123	0.87	0.8078	1.18	0.8810
0.26	0.6026	0.57	0.7157	0.88	0.8106	1.19	0.8830
0.27	0.6064	0.58	0.7190	0.89	0.8133	1.20	0.8849
0.28	0.6103	0.59	0.7224	0.90	0.8159	1.21	0.8869
0.29	0.6141	0.60	0.7257	0.91	0.8186	1.22	0.8888
0.30	0.6179	0.61	0.7291	0.92	0.8212	1.23	0.8907

Lanjutan Tabel I. Distribusi Normal Standar

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1.24	0.8925	1.55	0.9394	1.86	0.9686	2.17	0.9850
1.25	0.8944	1.56	0.9406	1.87	0.9693	2.18	0.9854
1.26	0.8962	1.57	0.9418	1.88	0.9699	2.19	0.9857
1.27	0.8980	1.58	0.9429	1.89	0.9706	2.20	0.9861
1.28	0.8997	1.59	0.9441	1.90	0.9713	2.21	0.9864
1.29	0.9015	1.6	0.9452	1.91	0.9719	2.22	0.9868
1.30	0.9032	1.61	0.9463	1.92	0.9726	2.23	0.9871
1.31	0.9049	1.62	0.9474	1.93	0.9732	2.24	0.9875
1.32	0.9066	1.63	0.9484	1.94	0.9738	2.25	0.9878
1.33	0.9082	1.64	0.9495	1.95	0.9744	2.26	0.9881
1.34	0.9099	1.65	0.9505	1.96	0.9750	2.27	0.9884
1.35	0.9115	1.66	0.9515	1.97	0.9756	2.28	0.9887
1.36	0.9131	1.67	0.9525	1.98	0.9761	2.29	0.9890
1.37	0.9147	1.68	0.9535	1.99	0.9767	2.30	0.9893
1.38	0.9162	1.69	0.9545	2.00	0.9772	2.31	0.9896
1.39	0.9177	1.70	0.9554	2.01	0.9778	2.32	0.9898
1.40	0.9192	1.71	0.9564	2.02	0.9783	2.33	0.9901
1.41	0.9207	1.72	0.9573	2.03	0.9788	2.34	0.9904
1.42	0.9222	1.73	0.9582	2.04	0.9793	2.35	0.9906
1.43	0.9236	1.74	0.9591	2.05	0.9798	2.36	0.9909
1.44	0.9251	1.75	0.9599	2.06	0.9803	2.37	0.9911
1.45	0.9265	1.76	0.9608	2.07	0.9808	2.38	0.9913
1.46	0.9279	1.77	0.9616	2.08	0.9812	2.39	0.9916
1.47	0.9292	1.78	0.9625	2.09	0.9817	2.40	0.9918
1.48	0.9306	1.79	0.9633	2.10	0.9821	2.41	0.9920
1.49	0.9319	1.8	0.9641	2.11	0.9826	2.42	0.9922
1.50	0.9332	1.81	0.9649	2.12	0.9830	2.43	0.9925
1.51	0.9345	1.82	0.9656	2.13	0.9834	2.44	0.9927
1.52	0.9357	1.83	0.9664	2.14	0.9838	2.45	0.9929
1.53	0.9370	1.84	0.9671	2.15	0.9842	2.46	0.9931
1.54	0.9382	1.85	0.9678	2.16	0.9846	2.47	0.9932

Lanjutan Tabel I. Distribusi Normal Standar

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
2.48	0.9934	2.79	0.9974	3.1	0.9990	3.41	0.9997
2.49	0.9936	2.80	0.9974	3.11	0.9991	3.42	0.9997
2.50	0.9938	2.81	0.9975	3.12	0.9991	3.43	0.9997
2.51	0.9940	2.82	0.9976	3.13	0.9991	3.44	0.9997
2.52	0.9941	2.83	0.9977	3.14	0.9992	3.45	0.9997
2.53	0.9943	2.84	0.9977	3.15	0.9992	3.46	0.9997
2.54	0.9945	2.85	0.9978	3.16	0.9992	3.47	0.9997
2.55	0.9946	2.86	0.9979	3.17	0.9992	3.48	0.9997
2.56	0.9948	2.87	0.9979	3.18	0.9993	3.49	0.9998
2.57	0.9949	2.88	0.9980	3.19	0.9993	3.50	0.9998
2.58	0.9951	2.89	0.9981	3.20	0.9993	3.51	0.9998
2.59	0.9952	2.90	0.9981	3.21	0.9993	3.52	0.9998
2.60	0.9953	2.91	0.9982	3.22	0.9994	3.53	0.9998
2.61	0.9955	2.92	0.9982	3.23	0.9994	3.54	0.9998
2.62	0.9956	2.93	0.9983	3.24	0.9994	3.55	0.9998
2.63	0.9957	2.94	0.9984	3.25	0.9994	3.56	0.9998
2.64	0.9959	2.95	0.9984	3.26	0.9994	3.57	0.9998
2.65	0.9960	2.96	0.9985	3.27	0.9995	3.58	0.9998
2.66	0.9961	2.97	0.9985	3.28	0.9995	3.59	0.9998
2.67	0.9962	2.98	0.9986	3.29	0.9995	3.60	0.9998
2.68	0.9963	2.99	0.9986	3.3	0.9995	3.61	0.9998
2.69	0.9964	3.00	0.9987	3.31	0.9995	3.62	0.9999
2.70	0.9965	3.01	0.9987	3.32	0.9995	3.63	0.9999
2.71	0.9966	3.02	0.9987	3.33	0.9996	3.64	0.9999
2.72	0.9967	3.03	0.9988	3.34	0.9996	3.65	0.9999
2.73	0.9968	3.04	0.9988	3.35	0.9996	3.66	0.9999
2.74	0.9969	3.05	0.9989	3.36	0.9996	3.67	0.9999
2.75	0.9970	3.06	0.9989	3.37	0.9996	3.68	0.9999
2.76	0.9971	3.07	0.9989	3.38	0.9996	3.69	0.9999
2.77	0.9972	3.08	0.9990	3.39	0.9997	3.70	0.9999
2.78	0.9973	3.09	0.9990	3.40	0.9997	3.71	0.9999

Tabel II. Distribusi Chi-Square

Kuantitas-kuantitas dalam tabel adalah bilangan x sehingga $P(\chi^2 \leq x) = \lambda$

r	λ					
	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01
1	6.6349	5.0239	3.8415	0.0039	0.0010	0.0002
2	9.2103	7.3778	5.9915	0.1026	0.0506	0.0201
3	11.3449	9.3484	7.8147	0.3518	0.2158	0.1148
4	13.2767	11.1433	9.4877	0.7107	0.4844	0.2971
5	15.0863	12.8325	11.0705	1.1455	0.8312	0.5543
6	16.8119	14.4494	12.5916	1.6354	1.2373	0.8721
7	18.4753	16.0128	14.0671	2.1673	1.6899	1.2390
8	20.0902	17.5345	15.5073	2.7326	2.1797	1.6465
9	21.6660	19.0228	16.9190	3.3251	2.7004	2.0879
10	23.2093	20.4832	18.3070	3.9403	3.2470	2.5582
11	24.7250	21.9200	19.6751	4.5748	3.8157	3.0535
12	26.2170	23.3367	21.0261	5.2260	4.4038	3.5706
13	27.6882	24.7356	22.3620	5.8919	5.0088	4.1069
14	29.1412	26.1189	23.6848	6.5706	5.6287	4.6604
15	30.5779	27.4884	24.9958	7.2609	6.2621	5.2293
16	31.9999	28.8454	26.2962	7.9616	6.9077	5.8122
17	33.4087	30.1910	27.5871	8.6718	7.5642	6.4078
18	34.8053	31.5264	28.8693	9.3905	8.2307	7.0149
19	36.1909	32.8523	30.1435	10.1170	8.9065	7.6327
20	37.5662	34.1696	31.4104	10.8508	9.5908	8.2604
21	38.9322	35.4789	32.6706	11.5913	10.2829	8.8972
22	40.2894	36.7807	33.9244	12.3380	10.9823	9.5425
23	41.6384	38.0756	35.1725	13.0905	11.6886	10.1957
24	42.9798	39.3641	36.4150	13.8484	12.4012	10.8564
25	44.3141	40.6465	37.6525	14.6114	13.1197	11.5240
26	45.6417	41.9232	38.8851	15.3792	13.8439	12.1981
27	46.9629	43.1945	40.1133	16.1514	14.5734	12.8785
28	48.2782	44.4608	41.3371	16.9279	15.3079	13.5647
29	49.5879	45.7223	42.5570	17.7084	16.0471	14.2565
30	50.8922	46.9792	43.7730	18.4927	16.7908	14.9535

Tabel III. Distribusi t-Student'sKuantitas-kuantitas dalam tabel adalah bilangan x sehingga $P(t_r \leq x) = \lambda$

r	λ				
	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314
22	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
25	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500

Lanjutan Tabel III. Distribusi t-Student's

r	λ				
	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
31	1.3095	1.6955	2.0395	2.4528	2.7440
32	1.3086	1.6939	2.0369	2.4487	2.7385
33	1.3077	1.6924	2.0345	2.4448	2.7333
34	1.3070	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284
35	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238
36	1.3055	1.6883	2.0281	2.4345	2.7195
37	1.3049	1.6871	2.0262	2.4314	2.7154
38	1.3042	1.6860	2.0244	2.4286	2.7116
39	1.3036	1.6849	2.0227	2.4258	2.7079
40	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045
41	1.3025	1.6829	2.0195	2.4208	2.7012
42	1.3020	1.6820	2.0181	2.4185	2.6981
43	1.3016	1.6811	2.0167	2.4163	2.6951
44	1.3011	1.6802	2.0154	2.4141	2.6923
45	1.3006	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896
46	1.3002	1.6787	2.0129	2.4102	2.6870
47	1.2998	1.6779	2.0117	2.4083	2.6846
48	1.2994	1.6772	2.0106	2.4066	2.6822
49	1.2991	1.6766	2.0096	2.4049	2.6800
50	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778
51	1.2984	1.6753	2.0076	2.4017	2.6757
52	1.2980	1.6747	2.0066	2.4002	2.6737
53	1.2977	1.6741	2.0057	2.3988	2.6718
54	1.2974	1.6736	2.0049	2.3974	2.6700
55	1.2971	1.6730	2.0040	2.3961	2.6682
56	1.2969	1.6725	2.0032	2.3948	2.6665
57	1.2966	1.6720	2.0025	2.3936	2.6649
58	1.2963	1.6716	2.0017	2.3924	2.6633
59	1.2961	1.6711	2.0010	2.3912	2.6618
60	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603

Lanjutan Tabel III. Distribusi t-Student's

r	λ				
	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
61	1.2956	1.6702	1.9996	2.3890	2.6589
62	1.2954	1.6698	1.9990	2.3880	2.6575
63	1.2951	1.6694	1.9983	2.3870	2.6561
64	1.2949	1.6690	1.9977	2.3860	2.6549
65	1.2947	1.6686	1.9971	2.3851	2.6536
66	1.2945	1.6683	1.9966	2.3842	2.6524
67	1.2943	1.6679	1.9960	2.3833	2.6512
68	1.2941	1.6676	1.9955	2.3824	2.6501
69	1.2939	1.6672	1.9949	2.3816	2.6490
70	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479
71	1.2936	1.6666	1.9939	2.3800	2.6469
72	1.2934	1.6663	1.9935	2.3793	2.6459
73	1.2933	1.6660	1.9930	2.3785	2.6449
74	1.2931	1.6657	1.9925	2.3778	2.6439
75	1.2929	1.6654	1.9921	2.3771	2.6430
76	1.2928	1.6652	1.9917	2.3764	2.6421
77	1.2926	1.6649	1.9913	2.3758	2.6412
78	1.2925	1.6646	1.9908	2.3751	2.6403
79	1.2924	1.6644	1.9905	2.3745	2.6395
80	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387
81	1.2921	1.6639	1.9897	2.3733	2.6379
82	1.2920	1.6636	1.9893	2.3727	2.6371
83	1.2918	1.6634	1.9890	2.3721	2.6364
84	1.2917	1.6632	1.9886	2.3716	2.6356
85	1.2916	1.6630	1.9883	2.3710	2.6349
86	1.2915	1.6628	1.9879	2.3705	2.6342
87	1.2914	1.6626	1.9876	2.3700	2.6335
88	1.2912	1.6624	1.9873	2.3695	2.6329
89	1.2911	1.6622	1.9870	2.3690	2.6322
90	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316

Tabel IV. Distribusi F

Kuantitas-kuantitas di dalam tabel adalah nilai x sehingga $P(F_{r_1, r_2} \leq x) = 0.05$

db penyebut (r_2)	db pembilang (r_1)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.4476	199.5000	215.7073	224.5832	230.1619	233.9860	236.7684	238.8827	240.5433	241.8817
2	18.5128	19.0000	19.1643	19.2468	19.2964	19.3295	19.3532	19.3710	19.3848	19.3959
3	10.1280	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123	8.7855
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.0942	6.0410	5.9988	5.9644
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725	4.7351
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.0990	4.0600
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767	3.6365
8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881	3.3472
9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789	3.1373
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204	2.9782
11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.0123	2.9480	2.8962	2.8536
12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9134	2.8486	2.7964	2.7534
13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669	2.7144	2.6710
14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987	2.6458	2.6022
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.7066	2.6408	2.5876	2.5437
16	4.4940	3.6337	3.2389	3.0069	2.8524	2.7413	2.6572	2.5911	2.5377	2.4935
17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.8100	2.6987	2.6143	2.5480	2.4943	2.4499
18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.5767	2.5102	2.4563	2.4117
19	4.3807	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.5435	2.4768	2.4227	2.3779
20	4.3512	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.5990	2.5140	2.4471	2.3928	2.3479

Lanjutan Tabel IV. Distribusi F

db penyebut (r_2)	derajat bebas pembilang (r_1)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4052.1807	4999.5000	5403.3520	5624.5833	5763.6496	5858.9861	5928.3557	5981.0703	6022.4732	6055.8467
2	98.5025	99.0000	99.1662	99.2494	99.2993	99.3326	99.3564	99.3742	99.3881	99.3992
3	34.1162	30.8165	29.4567	28.7099	28.2371	27.9107	27.6717	27.4892	27.3452	27.2287
4	21.1977	18.0000	16.6944	15.9770	15.5219	15.2069	14.9758	14.7989	14.6591	14.5459
5	16.2582	13.2739	12.0600	11.3919	10.9670	10.6723	10.4555	10.2893	10.1578	10.0510
6	13.7450	10.9248	9.7795	9.1483	8.7459	8.4661	8.2600	8.1017	7.9761	7.8741
7	12.2464	9.5466	8.4513	7.8466	7.4604	7.1914	6.9928	6.8400	6.7188	6.6201
8	11.2586	8.6491	7.5910	7.0061	6.6318	6.3707	6.1776	6.0289	5.9106	5.8143
9	10.5614	8.0215	6.9919	6.4221	6.0569	5.8018	5.6129	5.4671	5.3511	5.2565
10	10.0443	7.5594	6.5523	5.9943	5.6363	5.3858	5.2001	5.0567	4.9424	4.8491
11	9.6460	7.2057	6.2167	5.6683	5.3160	5.0692	4.8861	4.7445	4.6315	4.5393
12	9.3302	6.9266	5.9525	5.4120	5.0643	4.8206	4.6395	4.4994	4.3875	4.2961
13	9.0738	6.7010	5.7394	5.2053	4.8616	4.6204	4.4410	4.3021	4.1911	4.1003
14	8.8616	6.5149	5.5639	5.0354	4.6950	4.4558	4.2779	4.1399	4.0297	3.9394
15	8.6831	6.3589	5.4170	4.8932	4.5556	4.3183	4.1415	4.0045	3.8948	3.8049
16	8.5310	6.2262	5.2922	4.7726	4.4374	4.2016	4.0259	3.8896	3.7804	3.6909
17	8.3997	6.1121	5.1850	4.6690	4.3359	4.1015	3.9267	3.7910	3.6822	3.5931
18	8.2854	6.0129	5.0919	4.5790	4.2479	4.0146	3.8406	3.7054	3.5971	3.5082
19	8.1849	5.9259	5.0103	4.5003	4.1708	3.9386	3.7653	3.6305	3.5225	3.4338
20	8.0960	5.8489	4.9382	4.4307	4.1027	3.8714	3.6987	3.5644	3.4567	3.3682